

第二届中小學生天文科普線上競賽活動答案

2025年2月

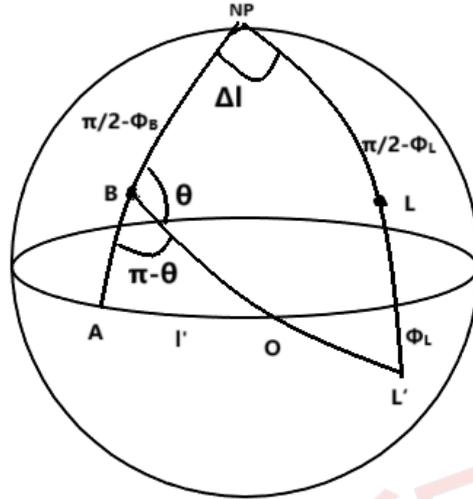
一. 單項選擇題。

1. C 【解析】六十年一甲子，2025年的60年後為2085年。C項正確。
2. D 【解析】A. 衛星包括天然衛星與人造衛星，A項正確；B、C為天文基礎知識，B、C項正確；D. 開普勒第三定律，D項錯誤
3. B 【解析】五車五屬於金牛座，B項錯誤。
4. B 【解析】哈佛分類法最初是根據恆星光譜中氫吸收線的強度來分類的，從氫吸收線最寬的A類開始，後來經過調整為溫度序列，B項正確。
5. A
6. C
7. D 【解析】利用距離模數公式 $m-M=5\log_{10}(d)-5$ ，將 $M=-1.0$ ， $d=100\text{pc}$ 帶入，得 $m=4.0$ ，D項正確。
8. A 【解析】珀斯位於南回歸線以南，5月份時太陽直射北半球（赤道與北回歸線中間），晝短夜長，太陽從東北方升起，正午時位於正北方，西北方落下，A項正確。
9. A 【解析】根據維恩位移公式 $\lambda = \frac{b}{T}$ ，將 $b=2.9 \times 10^{-3}\text{m}\cdot\text{K}$ ， $T=5000\text{K}$ 帶入，得 $\lambda=580\text{nm}$ ，A項正確。
10. B 【解析】對於雙星系統，根據質心的性質， $m_1r_1=m_2r_2$ ，所以 $m_1/m_2=r_2/r_1$ ，B項正確。
11. C 【解析】根據時間膨脹公式 $t=t_0/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ ，將 $t_0=1\text{h}$ ， $v=0.8c$ 帶入，得 $t \approx 1.67\text{h}$ ，C項正確。
12. B 【解析】根據經驗公式 $\theta_{\min}=1.22\lambda/D$ ，將 $\lambda=600\text{nm}=6 \times 10^{-7}$ ， $D=1\text{m}$ 帶入，得 $\theta_{\min}=7.32 \times 10^{-7}\text{rad}$ ，B項正確。
13. C 【解析】根據重力加速度公式 $g=GM/R^2$ ，將 $M_{\text{白矮星}}=1.0M_{\odot}=3 \times 10^5M_{\text{地球}}$ ， $R_{\text{白矮星}}=0.8R_{\text{地球}}$ 帶入，與地球重力加速度作比，整理得 $g_{\text{白矮星}}=4.6875 \times 10^5$ ，與C項最接近，C項正確。
14. B 【解析】根據逃逸速度公式 $v=\sqrt{\frac{2GM}{R}}$ ，將 $G=6.67 \times 10^{-11}$ ， $M_{\odot}=1.99 \times 10^{30}\text{kg}$ ， $R=10\text{km}=10^4\text{m}$ 帶入，得 $v=1.9 \times 10^8\text{m/s}$ ，與光速 c 作比，B項正確。
15. A 【解析】距離最近的恆星（即第一顆恆星）的亮度 $F_1=\frac{L}{4\pi d^2}$ ，第 n 顆恆星的亮度為 $F_n=\frac{L}{4\pi n^2 d^2}$ ，因此全部恆星的亮度為 $F_{\text{total}}=F_1+F_2+\dots+F_n=\frac{L}{4\pi d^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}F_1$ ，A項正確。
16. ACD
17. BD
18. BCD

19. A【解析】根据公式 $\frac{\lambda_{obs} - \lambda_{rest}}{\lambda_{rest}} = \frac{v_r}{c}$, 将 $\lambda_{obs} = 656.581\text{nm}$, $\lambda_{rest} = 656.281\text{nm}$ 带入, 得 $v_r = \frac{0.3c}{656.281}$,

B、D 项错误; 根据公式 $d = \frac{1}{p}$, 将 $p = 0.05''$ 带入, 得 $d = 20\text{pc}$, A 项正确。

20. B【解析】



(上图不成比例, 仅提供说明作用)

法 1: 用四元素公式 (最简单)

先考虑三角形 NBL' , 我们的目标是解出 θ 。通过四元素公式, 我们可以得到:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_B\right) \cos \Delta l = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_B\right) \cot\left(\frac{\pi}{2} + \phi_L\right) - \sin \Delta l \cot \theta$$

我们可以对上式进行化简, 得出:

$$\sin \phi_B \cos \Delta l = -\cos \phi_B \tan \phi_L + \sin \Delta l \cot \theta$$

解出 $\theta = 52.84^\circ$

下面再考虑三角形 OAB , 再次应用四元素公式:

$$\cos \phi_B \cos \frac{\pi}{2} = \sin \phi_B \cot l' - \sin \frac{\pi}{2} \cot(\pi - \theta)$$

化简之后, 我们得到

$$\tan l' = -\sin \phi_B \tan \theta$$

解出 $l' = -40.25^\circ$, 改变下符号, 得出 $l' = 40.25^\circ$

要求出与赤道交点的坐标, 减去北京的经度即可。

因此, 与赤道交点的坐标为 $(0^\circ, 76.1574^\circ \text{E})$

法 2: 用正弦余弦定理 (比较难算):

思路与方法 1 一样, 求出 θ , 再求 l' , 只不过不用四元素公式, 用正弦余弦定理。

先求弧 BL' (记该弧长为 x):

$$\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_B\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi_L\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_B\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi_L\right) \cos \Delta l$$

得出 $x = 135.6763^\circ$

再求 θ :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi_L\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi_B\right) \cos x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_B\right) \sin x \cos \theta$$

得出 $\theta = 127.1583^\circ$

接下来换球面三角形, 换成 OAB, 先求 $\angle BOA$ (记为 α), 并注意到 $\angle OAB = \frac{\pi}{2}$, 用角的余弦定理:

$$\cos \alpha = -\cos \frac{\pi}{2} \cos (\pi - \theta) + \sin \frac{\pi}{2} \sin (\pi - \theta) \cos \phi_B$$

解出 $\alpha = 52.3114^\circ$

再用正弦定理:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \phi_B} = \frac{\sin (\pi - \theta)}{\sin l'}$$

解出 $l' = 40.25^\circ$, 减去北京的经度, 与赤道相交的坐标为 $(0^\circ, 76.1574^\circ \text{E})$

21. (1) 利用公式 $v = cz$, 将 $z = 8.75 \times 10^{-4}$, 得 $v = 2.625 \times 10^5 \text{m/s}$ (公式 2 分, 结果 2 分) (2) 利用哈勃定律 $v = H_0 d$, 将 $v = 2.625 \times 10^5 \text{m/s}$, $H_0 = 67.8 \text{km/s} \cdot \text{Mpc}$ 带入, 得 $d = 3.872 \text{Mpc}$ (公式 2 分, 结果 2 分, 哈勃常数取合理值且计算正确也给分)

(3) 不合理。原因: 大麦哲伦云的真实距离为 $d_{\text{真实}} = 1.542 \times 10^{21} \text{m} = 49.97 \text{kpc}$,

相差 2 个数量级, 很明显答案是不合理的, 因为哈勃定律仅对遥远的星系生效, 大麦哲伦云距离地球太近, 同时受到了明显的银河系引力影响。导致哈勃定律在这里失效。(不必写出大麦哲伦云的具体距离) (若仅写出不合理不给分; 写出不合理且含有原因, 但原因不正确不给分)

22. (1) 根据距离模数公式 $m - M = 5 \log_{10}(d) - 5$, 将 $m = 8$, $M = 3$ 带入, 得 $d = 100 \text{pc}$ (公式 2 分, 结果 2 分)

(2) 首先根据斯特藩 - 玻尔兹曼定律 $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$, 但这里没有给出半径 R , 我们可以通过光度与距离和辐射通量的关系

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

来计算辐射通量。先根据绝对星等和光度的关系

$$M = M_{\odot} - 2.5 \log_{10}\left(\frac{L}{L_{\odot}}\right)$$

($M_{\odot} = 4.74$, $L_{\odot} = 3.839 \times 10^{26} \text{W}$), 虽然这里没有直接求 L , 但我们知道 $F = \frac{L}{4\pi d^2}$, 可以通过距离 d 和绝对星等、视星等的关系间接求解。由距离 $d = 100 \text{pc}$, 根据

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

绝对星等和视星等的本质也是与光度相关，这里我们可以把 L 看作一个中间量。已知太阳在距离 $d_0 = 1AU = 4.848 \times 10^{-6}pc$ 处的辐射通量为 $F_{\odot} = 1365W/m^2$ 。根据辐射通量与距离平方成反比关系，

$$\frac{F}{F_{\odot}} = \frac{d_0^2}{d^2}$$

$$F = F_{\odot} \times \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 = 1365 \times \left(\frac{4.848 \times 10^{-6}}{100}\right)^2$$

$$F = 1365 \times \frac{4.848^2 \times 10^{-12}}{100^2} \approx 3.18 \times 10^{-10}W/m^2$$

(答案为具体值，大家根据最后一步将1365换成 F_{\odot} 即可，写出绝对星等和光度的关系式2分，写出辐射通量与距离平方成反比关系2分，写出光度与距离和辐射通量的关系1分，结果1分)

(3) 由 $m_1v_1 = m_2v_2$ ，得 $m_2 = m_1v_1/v_2$

开普勒第三定律

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} a^3$$

试用水印

对于圆形轨道，两颗星的轨道速度

$$v = \frac{2\pi a}{P}$$

则

$$a = \frac{v_1 P}{2\pi}$$

(对于星1, 同理对于星2有 $a = \frac{v_2 P}{2\pi}$, 因为是双星系统, 两颗星的 a 相同)。

将 $a = \frac{v_1 P}{2\pi}$ 代入开普勒第三定律得

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} \left(\frac{v_1 P}{2\pi}\right)^3$$

化简可得:

$$m_1 + m_2 = \frac{v_1^3 P}{2\pi G} / \text{tag2}$$

将(1)代入(2)得:

$$m_1 + \frac{v_1}{v_2} m_1 = \frac{v_1^3 P}{2\pi G}$$

提取 m_1 得:

$$m_1 \left(1 + \frac{v_1}{v_2}\right) = \frac{v_1^3 P}{2\pi G}$$

则

$$m_1 = \frac{v_1^3 P}{2\pi G \left(1 + \frac{v_1}{v_2}\right)}$$

把 $v_1 = 50 \text{ km/s} = 50 \times 10^3 \text{ m/s}$, $v_2 = 80 \text{ km/s} = 80 \times 10^3 \text{ m/s}$, $P = 10 \text{ 年}$
 $= 10 \times 365 \times 24 \times 3600 \text{ s}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ 代入可得:

$$m_1 = \frac{(50 \times 10^3)^3 \times 10 \times 365 \times 24 \times 3600}{2\pi \times 6.67 \times 10^{-11} (1 + \frac{50}{80})}$$

$$m_1 = \frac{50^3 \times 10^9 \times 10 \times 365 \times 24 \times 3600}{2\pi \times 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{130}{80}}$$

$$m_1 = \frac{50^3 \times 10^9 \times 10 \times 365 \times 24 \times 3600 \times 80}{2\pi \times 6.67 \times 10^{-11} \times 130}$$

$$m_1 \approx 1.04 \times 10^{30} \text{kg}$$

m_1 换算为太阳质量:

$$m_{1,\odot} = \frac{m_1}{M_\odot} = \frac{1.04 \times 10^{30}}{1.99 \times 10^{30}} \approx 0.52M_\odot$$

由 $m_2 = \frac{v_1}{v_2} m_1$ 可得

$$m_2 = \frac{50}{80} \times 1.04 \times 10^{30} = 0.65 \times 10^{30} \text{kg}$$

m_2 换算为太阳质量:

$$m_{2,\odot} = \frac{m_2}{M_\odot} = \frac{0.65 \times 10^{30}}{1.99 \times 10^{30}} \approx 0.33M_\odot$$

(写出 $m_2 = m_1 v_1 / v_2$ 得 1 分, 写出开普勒第三定律得 2 分, 写出速度表达式得 1 分, 表达式两个 1 分, 结果每个 1 分, 中间必要的推导过程 1 分)